

La poussée des terres et la stabilité des murs de soutènement dans l'œuvre de Pierre Couplet (1670-1743)

Earth pressure and gravity retaining walls' stability in the work of Pierre Couplet (1670-1743)

Jean-David VERNHES^{1,2,*}, Philippe REIFFSTECK¹, Jean-Bernard KOVARIK¹, Jean-Pierre MAGNAN¹, Bassam BARAKAT²

1 Université Gustave Eiffel, Marne-la-Vallée, France

2 UniLaSalle, Beauvais, France

**jean-david.vernhes@unilasalle.fr*

RESUME : Comment les approches actuelles de la poussée des terres sur les murs de soutènement ont-elles hérité de trois siècles d'études et de développements scientifiques, techniques et expérimentaux ? Les sources les plus anciennes remontent à la fin du XVII^e siècle et au début du XVIII^e. Au rang des plus denses et moins connues de la période sont les mémoires de Pierre Couplet, datant de 1726 à 1728. Ses travaux révèlent les limites et surprises d'une théorie précoce de mécanique des sols spéculative et trop confiante – c'était l'époque – dans une perfection cachée de la nature, mais aussi, le génie d'un auteur qui, avec Bélidor, a su donner au problème du dimensionnement une forme conceptuelle à plusieurs égards définitive.

ABSTRACT: How have current approaches to earth pressure on retaining walls been influenced by three centuries of scientific, technical and experimental development? The earliest sources date back to the late 17th and early 18th centuries. Among the most comprehensive and least known works of the period are the memoirs of Pierre Couplet, a member of the *Académie des sciences de Paris*, dating from 1726 to 1728. His work reveals the limitations and surprises of an early theory of soil mechanics that was speculative and overly confident in nature's hidden perfection. It also reveals the genius of an author who, along with Bélidor, gave the related problem of design a conceptual form that was definitive in many respects.

Mots-clés : histoire de la géotechnique, murs de soutènement, poussée des terres, Pierre Couplet.

1 INTRODUCTION

Bien avant la décennie qui vit Coulomb publier son fameux essai, en 1773, les années 1720 furent très riches pour l'histoire de la géotechnique savante. Cette dernière reçut pour fondations la recherche d'une théorie de poussée des terres permettant de dimensionner correctement les murs de soutènement. Le résultat des premiers tâtonnements fut publié par l'Architecte du Roi Pierre Bullet en 1691, et le sujet remis en question en 1717 par l'Inspecteur général des Grands Chemins, Ponts & Chaussées Henri Gautier (1660-1737), puis de nouveau en 1718 et 1726 par le lieutenant d'infanterie et ingénieur autodidacte Nicolas Buchotte (1673-1757). La décennie 1720 vit deux « géants » s'attaquer presque simultanément au problème, avec des travaux de grande ampleur relativement à ce qui précédait. Le professeur de mathématiques en école d'artillerie Bernard Forest de Bélidor (*ca.* 1698-1761) y réservait les 80 pages du Livre I de la *Science des Ingénieurs*. Son œuvre était annoncée dès 1725 et achevée en 1728, elle fut publiée en 1729. Nous lui avons consacré quatre articles, dont

un portant sur l'interprétation en langage actuel de son modèle de dimensionnement, directement sur le texte de 1729 (Vernhes et Barakat, 2016).

Le grand théoricien contemporain de Bélidor, dont le détail de l'œuvre géotechnique a été en bonne partie oublié, est Pierre Couplet (1670-1743). Sa première publication remonte à 1726, il y a 300 ans. Bélidor ayant des contacts informels avec l'Académie depuis les années 1710, il n'est pas impossible qu'il y ait eu entre les deux savants une sorte de « course contre la montre » pour trouver le premier la solution définitive au problème. En tout état de cause, cette situation fit faire un bon considérable à la plus ancienne question théorique de la géotechnique.

2 PIERRE COUPLET

Suivant ce que rapporte Rozier (1776), Pierre Couplet de Tartereaux (v. 1670-1743) fut nommé Elève-Mécanicien à l'Académie Royale des Sciences de Paris en 1699, Adjoint en 1716 et Pensionnaire en 1717. Ses trois mémoires datés de 1726 à 1728 sur la

stabilité des murs de soutènement constituent sa première œuvre écrite à caractère fondamental. Ils sont suivis en 1729 et 1730 de deux mémoires sur la poussée des voûtes, puis de 1731 à 1733 d'autres mémoires portant sur des sujets mécaniques divers.

3 VUE D'ENSEMBLE DES TROIS MEMOIRES

3.1 Chronologie et synoptique des contenus

Successivement en 1726, 1727 et 1728, Pierre Couplet fit état à ses collègues de l'Académie de ses travaux relatifs à la « *poussée des terres* » et à la « *résistance des revestemens* », permettant d'évaluer la stabilité des murs de soutènement ou de les dimensionner. Les intitulés exacts de ces mémoires sont donnés dans la liste des références bibliographique. Le tableau 1 en donne un quantitatif global.

Tableau 1. Synoptique quantitatif des mémoires de Couplet

Dénombrement	M1726 (1728)	M1727 (1729)	M1728 (1732*)	TOT.
Fontenelle (p.)	7	5	6	18
Pages	59	40	26	125
Planches	7	2	3	12
Figures	25	4	9	38
Tableaux	0	3	0	3
Introductions	2	1	1	4
Lemme	1	0	0	1
Définition	1	0	0	1
Théorèmes	4	6	1	11
Problèmes	2	6	6	14
Corollaires	30	22	8	60
Démonstrations	3	0	1	4
Avertissements	1	2	0	3
Remarques	5	2	2	9
Sçavoir	1	0	0	1
Scholies	0	1	1	2

* Nous avons utilisé la réédition de 1753

La ligne « Fontenelle » permet de situer le nombre de pages que le Secrétaire Perpétuel de l'Académie des Sciences Bernard Bouyer de Fontenelle (1657-1757) consacra à ses recensions successives des mémoires de Couplet. Elles se trouvent dans les Tables pour l'Histoire de l'année où les Mémoires auparavant donnés à l'Académie étaient publiés, ce qui explique le décalage de date entre 1728 et 1732 par exemple.

Les près de 145 pages de texte de cet ensemble constituent la plus volumineuse production de la période initiale des recherches sur le problème de la stabilité des murs de soutènement.

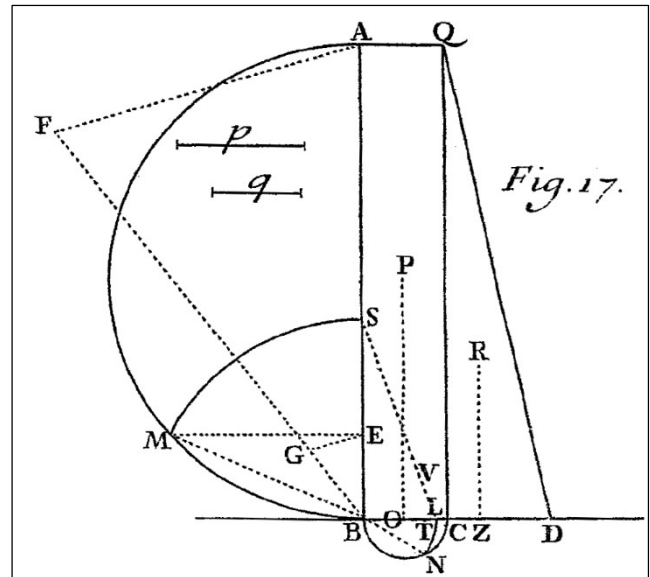


Figure 1. Dimensionnement par méthode graphique dans Couplet (1726), pour le Cas n° 4 : « L'épaisseur AQ de la partie supérieure d'un revêtement étant donnée, trouver sa base entière BD ou son fruit »

3.2 Démarche résumée

Le mémoire de 1726 est donné comme préparatoire à celui de 1727. Au moyen de quatre Théorèmes, Couplet introduit un nouveau modèle mécanique explicatif de la poussée des terres. Ces Théorèmes sont suivis de deux Problèmes. Le premier vise à déterminer selon ses hypothèses « *l'énergie* » (le moment) de basculement provoqué par les terres. Le deuxième, dont le traitement est trois fois plus long que l'ensemble des propos portant sur les terres, étudie le moment stabilisateur du mur dans dix cas de figures. Ces cas se distinguent par un nombre croissant de paramètres qui les définissent : le type de profil, rectangulaire, triangulaire ou une combinaison des deux (à talus aval) ; la hauteur sur laquelle le mur dispose éventuellement du talus ; la hauteur des terres à l'amont du mur ; enfin l'inconnue du calcul que Couplet détermine en égalisant les moments : l'épaisseur de la partie rectangulaire ou le « *fruit* » (largeur de la base du talus).

Les deux produits principaux de ce premier mémoire sont une série de dix expressions algébriques et leurs simplifications, ou parfois leurs applications numériques, dans des Corollaires. Les dix expressions algébriques sont chacune assorties d'une construction graphique commentée, pour obtenir la dimension recherchée à la règle et au compas (Figure 1). Ces constructions ne sont pas reprises dans les mémoires suivants.

La publication de 1727 est considérée par son auteur comme le mémoire de référence. Au moyen de six nouveaux Théorèmes, il modifie son modèle de poussée des terres et lui substitue trois autres afin de

« rentrer (...) dans le réel, ou du moins s'en approcher le plus qu'on pourra ». Mais il en accroît la complexité et déroule de fastidieux calculs. Les Théorèmes sont suivis de six Problèmes. Le premier garde le même énoncé qu'en 1726 mais quatre des cinq suivants subdivisent le Problème 1726-II en raison de l'ampleur que la complexité du nouveau modèle donne à la tâche. Le Problème supplémentaire permet à Couplet d'évaluer le moment provoqué par un « effort accidentel » sous la forme d'une surcharge fictive à

l'amont du mur, dont il intègre le résultat à ses calculs généraux. L'ensemble de cette analyse permet à l'académicien de fournir une expression algébrique de dimensionnement, qui est pour le moins consistante (Figure 2). A partir de celle-ci, il donne pour l'usage de son lecteur, trois tableaux de dimensionnement de murs de soutènement à fruit (Figure 3), qu'il compare aux préconisations de ses prédécesseurs, Vauban (1687, sans modèle théorique) et Gautier (1717).

D'où l'on tire

$$x = \frac{\sqrt{\left(\begin{aligned} &6f\phi p\pi ncbbl \times l - 2g \times 2am + an + 6md \\ &- 9bbmnl dg\pi\phi \sqrt{2acp\pi j\phi} \\ &+ \frac{f\phi p\pi ca}{2} \times 3bg^n + 3ld\pi\phi mb^2 \end{aligned} \right)^2 - lb\pi\phi \times \frac{2am + an + 3md}{2} - \frac{1}{2}nbg\sqrt{18jpc\pi\phi a}}{6fp\phi ln - aln\pi\phi - 12cfgnp - gn\sqrt{18jpc\pi\phi a} - 2alm\pi\phi}$$

pour la base du revêtement proposé. Ce qu'il falloit trouver.

Figure 2. Formule de dimensionnement d'un « revêtement » (mur de soutènement) dans sa plus grande généralité en conclusion du Problème VI du mémoire de 1727 (Couplet, 1727[1729], p. 163). Signification des treize symboles algébriques : x, longueur de la base du revêtement ; f/φ, le ratio poids/poussée au sein d'un assemblage de grains ; p/π, le ratio des densités Maçonnerie/Terres ; m/n le ratio-facteur de sécurité des moments stabilisateurs sur déstabilisateurs ; l/g le ratio de la longueur de la fissure émergeant au pied aval du mur sur la distance du point de rotation du mur depuis le pied aval ; a, hauteur du mur et des terres ; b/c, ratio de la longueur de base à la longueur de pente du talus naturel des terres ; d, épaisseur de la masse de terre formant surcharge à l'amont du mur.

Le mémoire de 1728, non prévu à l'origine, est donné comme un grand appendice à celui de 1727. Il a pour objet d'intégrer au modèle de dimensionnement alors achevé la possibilité de prendre en compte des contreforts, notamment préconisés par Vauban (1687) en contexte militaire. Des copies du *Profil général* circulaient en effet alors et leur prestige avait atteint le milieu civil. Le principal problème que posent les contreforts est de dépasser l'approche simplifiée des « lames » (coupes verticales) auxquelles se réduisaient les configurations étudiées jusqu'alors par Couplet. Les modèles de comportement des terres restant les mêmes, les six nouveaux Problèmes du mémoire de 1728 ont pour objet de traiter séparément les diverses interactions entre mur et terres pour les assembler progressivement : effet des terres entre deux contreforts puis contre un contrefort, adaptation de l'effet de la surcharge en tête, premières finalisations avec des profils de mur rectangulaire puis triangulaire, assemblage final pour un mur à fruit. L'expression algébrique obtenue, malgré la simplification de certaines hypothèses, est d'un aspect tout aussi volumineux que son équivalent de 1727. Le savant renonce cependant à publier de nouveaux tableaux et ne déploie ses applications numériques que pour un

seul des trois modèles de sol, celui de la deuxième table (modèle Tétraèdre-Arête, Figure 3).

Pour montrer l'unité de la théorie de Pierre Couplet et mieux identifier la succession de ses choix, le contenu de ses trois mémoires sera dans la suite étudié comme une seule matière.

4 CARACTERISTIQUES DES MODELES DE COUPLET

4.1 Résumé de sa théorie

4.1.1 Interprétation de la poussée des terres

Couplet, à propos des terres, « regarde chacune des parties qui les composent, comme autant de petits grains semblables à des petits boulets tous égaux entr'eux » (1726, p. 110). Sous la possible inspiration de Kepler (1611, p. 9-10), le savant considère ces sphères homométriques comme formant un édifice régulier d'arrangements où, fondamentalement, l'une d'elle repose sur trois ou quatre autres. On sait maintenant que l'arrangement dont les centres des sphères forment un tétraèdre est le plus compact (c'est la « conjecture de Kepler », encore indémontrée au

temps de Couplet, voir par exemple Hales, 2002) et donc en principe le plus stable (Figure 5a1). Cet arrangement est introduit dès 1726 et se voit complété en 1727 par le deuxième arrangement mentionné par Kepler, dont le motif fondamental à cinq sphères est pyramidal (Figure 5a2).

toujours définie comme verticale, la différence d'approche entre 1726 et 1727 est l'orientation de la réaction offerte par le mur : d'abord parfaitement horizontale, le mur étant lisse, puis, grâce à un effet « *d'engrènement* » dans des aspérités du mur, inclinée très exactement selon les pentes d'arête ou de facette des figures géométriques fondamentales (Figures 5b).

Vient ensuite le passage de la poussée unitaire à la poussée globale, à l'échelle du mur (Figures 5a4, 5d1 et 5e). Couplet revient alors au principe du talus ordinaire à travers un certain rapport "b/c", qu'on appellerait maintenant « cosinus de l'angle de talus naturel », pour déterminer le poids total de terres en appui contre le mur. Ce poids est converti en poussée totale grâce aux relations scalaires "f/φ" précédemment trouvées (Figures 5d2).

Dans toute son analyse, Couplet ne fait jamais appel à la notion de frottement (« *En supposant les terres détachées les unes des autres & parfaitement roulantes (...)* », 1728, Introduction), qui pourtant existait déjà ; au demeurant, aucun auteur d'une théorie de poussée des terres n'y a eu recours jusqu'à Coulomb en 1773. Aussi, tous les contacts entre grains sont normaux, en particulier avec les aspérités du mur : l'inclinaison de la poussée sur le mur voulue en 1727 est construite sur une hypothèse purement géométrique.

4.1.2 Recherche des bras de levier

Une fois trouvée la poussée des terres agissant sur le mur, Couplet doit trouver le bras de levier qui convertisse cette « *puissance* » (force) en « *énergie* » (moment). Il cherche d'autre part à calculer un moment de réaction stabilisateur à partir du poids du mur pour l'égaliser au moment dû à la poussée des terres et finir de résoudre le problème. Il n'y a donc pas un seul mais deux bras de levier à trouver pour chaque version de modèle. La réflexion du savant évolue visiblement à ce sujet entre le premier et le troisième mémoire.

Le bras de levier associé à la poussée des terres dépend, d'une part de la position du centre de gravité du coin solide qui génère la poussée des terres à l'échelle du mur, d'autre part de la direction de la poussée, et aussi de la position du « *point d'appui* » autour duquel le mur pivote potentiellement, elle-même dépendant de la position et de l'orientation d'un plan d'arrachement/poinçonnement au sein de la maçonnerie (Figures 5e).

En 1726 (Figure 5e1), l'académicien pose le problème simplement avec un plan d'arrachement horizontal à la base du mur et un point d'appui fixe à son pied aval. La poussée des terres étant par hypothèse de direction horizontale, une propriété géométrique du triangle, qui modélise le « coin de

Fig. 4. **TABLE SECONDE.**
Où l'on trouve les bases des Revestemens qu'il faut opposer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les Arêtes d'un Tétraèdre.

1.° On suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.
2.° On évalue les efforts accidentels à la poussée d'une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terre-plain du Rempart seroit chargé.
3.° On dirige l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres, & des efforts accidentels vers le tiers de DZ.
4.° La partie triangulaire HXO du revêtement peut seule faire équilibre avec la poussée du terre-plain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire HAO du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.
5	0	10	7	1	5	1	2	3	8
10	1	9	2	2	0	9	3	9	11
15	2	7	10	2	5	11	5	1	9
20	3	6	5	2	9	1	6	3	6
25	4	5	0	3	1	7	7	6	7
30	5	3	8	3	4	6	8	8	2
35	6	2	3	3	7	6	9	9	9
40	7	0	10	3	10	3	10	11	1
45	7	11	6	4	1	1	12	0	7
50	8	10	1	4	3	6	13	1	7
55	9	8	8	4	6	2	14	2	10
60	10	7	3	4	8	—	5	3	10
65	11	5	11	4	11	—	16	4	13
70	12	4	6	5	1	6	17	6	0
75	13	3	1	5	3	11	18	7	0
80	14	1	9	5	6	4	19	8	1
85	15	0	4	5	8	8	20	9	0
90	15	11	10	5	10	1	21	9	11
95	16	9	7	6	0	10	22	10	5
100	17	8	2	6	2	6	23	10	8

Figure 3. Table de dimensions parmi trois, ici pour le cas « *Arêtes d'un Tétraèdre* » avec inclinaison de la poussée (Couplet, 1727[1729], p. 182), associée à la figure 5a4

La poussée des terres vient de ce que toute sphère hors de l'enveloppe de l'empilement stable, enveloppe que Couplet désigne comme son « *talus ordinaire* », a besoin d'un appui extérieur (Figure 5a3, sphère D) pour conserver sa stabilité. Couplet fait remarquer contre Bullet (et Gautier) que ce n'est pas le talus ordinaire qui, avec l'appui extérieur, détermine la stabilité de la sphère, mais ce que nous appellerons le plan de contact tangent ou équivalent entre cette sphère et sa ou ses voisines (Figures 5b, point L sur la Figure 5a3).

Son lemme sur le parallélogramme des forces (1726, p. 109), que l'académicien croit encore indémontré mais utilisable, lui permet de déterminer l'ensemble des relations scalaires, qu'il nomme "f/φ", entre le poids de la sphère pesante à équilibrer et une poussée qui permet cet équilibre (Figures 5c). L'appui qui l'intéresse est naturellement le mur de soutènement. Sa surface de contact avec les terres étant

poussée », donne un bras de levier aux 2/3 de la hauteur du mur, sans différence entre les deux coins, issus des deux modèles de poussée.

L'année suivante (Figure 5e2), la décision de l'auteur de considérer des poussées inclinées entraîne une série de difficultés. Cette inclinaison le porte à croire que l'arrachement, dans la maçonnerie, nécessaire pour la rotation du mur, doit se produire sur un plan passant par son pied aval et incliné de la même manière que le talus naturel déterminé par le modèle de poussée. Ce plan se prolonge donc vers le haut dans les terres. Or, cela diminue considérablement la taille du coin et modifie tout autant la position de son centre de gravité, puisque Couplet considère comme illogique de compter dans la poussée globale toute terre située au-dessous de ce talus naturel. D'autre part, l'inclinaison de la poussée entraîne d'elle-même un raccourcissement du bras de levier. Enfin, pour une raison avancée plus loin, le point de rotation lui-même n'est plus positionné au pied du mur, mais paramétriquement à l'intérieur de celui-ci (ce qui a soi seul complexifie les écritures algébriques plus que tout autre élément de modélisation).

En 1728, Couplet abandonne le plan d'arrachement incliné au profit du plan horizontal en pied de mur de 1726 (Figure 5e3). Il justifie ce revirement par l'intégration des contreforts et par le principe de vulnérabilité maximum en pied de mur - principe qui aurait d'ailleurs pu jeter un doute sur l'un des choix fondamentaux de ses modélisations de 1727, et donc sur ses tables. Ce faisant, l'académicien ne cumule pas les difficultés liées à l'inclinaison du plan d'arrachement et à la modélisation, également ardue, des contreforts. La grande différence avec la situation de 1726, hormis l'inclinaison de la poussée, est le positionnement du « *point d'appui* » au milieu de la base du mur (dès le Problème IV, p.124, et suivants) et non plus à son pied aval. Fontenelle (1732) s'enthousiasme avec les conséquences d'un tel choix de Couplet, qui montre que le moment exercé par les terres sur le mur peut devenir stabilisateur. On peut montrer en effet que c'est le cas pour toute épaisseur de mur supérieure à $a/3\tan(\alpha)$ (Figure 5a4). Cette situation pose la question de la stabilité des fondations, jamais remise en question à cette période.

Enfin, Couplet détermine le bras de levier du poids stabilisateur du profil de mur en exprimant la valeur de la distance horizontale entre le centre de gravité du profil et le « *point d'appui* ». Cette étape aurait pu rester simple mais elle devient elle aussi difficile en 1727 notamment à cause des répercussions du choix de positionnement du point de rotation, laissé libre sur un plan d'arrachement passant par le pied aval du mur (positionné au tiers inférieur dans les calculs finaux), et d'inclinaison elle-même fonction du modèle de

poussée des terres (Figure 5e2). Mais si Couplet a cru bon ne pas imposer ce point au pied aval comme en 1726, c'est sans doute parce qu'il constate une situation trop déséquilibrée entre le moment du mur, qui diminue moins dans le nouveau modèle que ne diminue celui des terres ; le remonter sur le plan d'arrachement ne joue pas sur le bras de levier du coin de sol mais diminue immédiatement celui de la maçonnerie, évitant un trop net surdimensionnement. Il est difficile de savoir à quel point la question du « point d'appui » fut téléguidée par un besoin de modélisateur ou de vrais constats de terrain - mais alors jamais évoqués par le savant.

Enfin dans l'ensemble de la démarche analytique de Pierre Couplet, un problème théorique se pose, sans qu'il s'en soit aperçu. Ce problème s'était en toute rigueur posé en 1691 et 1717 pour Bullet et Gautier mais il était demeuré sans conséquence sur leurs modèles, basés sur des rapport de forces et non de moments. Ce problème est celui du point d'application d'une force qui s'exerce d'un solide sur un autre solide, ici le coin de terres sur le mur, avec un contact plan, non ponctuel donc. Varignon montrait dans les années 1690, avec publication posthume en 1725 (vol. 2, planche 30, Fig. 216, 217, 219), que le point d'application est dès lors indéterminable. Donc les bras de levier, aussi bien de la poussée des terres que de la réaction du mur, sont indéterminables. C'est là un point de faiblesse des modèles basés sur des solides à contacts continus, fréquents jusqu'au XIXe siècles, et auquel Bélidor (1729) a astucieusement échappé.

4.2 Valeurs numériques adoptées pour les applications

4.2.1 Ratios de densité Mur/Terres

Pour le ratio de « *pesanteur* » de la maçonnerie aux terres "p/q" en 1726 et "p/π" en 1727 et 1728, Couplet prend invariablement le rapport de 3/2. Comme Bélidor (Vernhes et Barakat, 2020), l'académicien a probablement prélevé cette valeur dans la dissertation de Gautier (1717). La valeur paraît élevée.

4.2.2 Fruit des murs à talus

Le mémoire de 1726 n'ayant pas de caractère normatif, le seul fruit imposé que Couplet adopte dans un calcul est de 1/6, pour l'application numérique du Cas 3 (p. 133), valeur présentée comme une pratique ordinaire, un peu plus raide que le 1/5 du Profil général de Vauban (1687). Cette valeur de 1/6 est reprise et imposée en 1728 pour le calcul final de son mur de soutènement à contrefort dans le Problème IV (p. 130). En 1727, Couplet a fait du fruit une variable de dimensionnement. C'est pourquoi, les modèles de ses

trois tables montrent des fruits variables qui en valeurs arrondies sont de 1/9 dans la première table, 1/6 dans la deuxième et 1/5 dans la troisième.

4.2.3 Contrôle de la sécurité : paramètres m/n et d

En 1726, dans une Remarque, pp. 158-159, l'auteur intègre la notion de sécurité à son modèle en multipliant le rapport à l'équilibre strict des moments de la maçonnerie aux terres par un facteur m/n supérieur à 1. Les valeurs suggérées pour ce rapport sont 3/2 (1,5) et 4/3 (1,3). Pour mémoire et pour le même « facteur global de sécurité », Bélidor se donne 5/4 (1,25) dans la même période.

En 1727, dans son Problème II, Couplet octroie à son modèle une disposition forfaitaire de sécurité par ajout d'une « masse » de terre reposant sur le « terreplain du Rempart », d'épaisseur constante "d" (Figure 5a4). L'application numérique pour les trois tableaux de 1727 fixe cette épaisseur "d" à 10 pieds (≈ 3 m). La constance de la valeur explique pourquoi les murs obtenus ont des élancements croissants avec leur hauteur, l'effet relatif de la masse additionnelle diminuant avec la hauteur du « terreplain ».

4.3 Dimensions obtenues pour les murs

En 1726, avec son hypothèse de poussée, un « terreplain » sans surcharge et le rapport de densités Maçonnerie / Terres de 3/2, Couplet montre que les murs rectangulaire et triangulaire donnent les élancements moyens respectivement le plus faible (3) et le plus élevé ($2\sqrt{6}$ soit environ 5). Ils sont constants pour toute hauteur. Remarquons que cet indicateur défini ici par le rapport hauteur sur épaisseur moyenne n'est pas explicitement utilisé par l'académicien.

Le même type d'indicateur est extrait des trois tables de 1727 et représenté dans la Figure 4 au regard de ceux préconisés par ses contemporains. On y voit l'important effet du choix de modèle de poussée parmi les trois qu'il s'est donné. Entre autres commentaires, Pierre Couplet fait remarquer que le résultat de son modèle à base de poussée « Pyramide-Facette » est très voisin de celui de Gautier (1717).

En 1728, dans les dernières pages du mémoire prévu pour rendre mieux comparables ses résultats à ceux de Vauban par intégration des contreforts, Couplet commente ce qu'il a obtenu. La difficulté qui survient est que les deux géométries de mur à comparer ne peuvent pas être rigoureusement les mêmes à cause des simplifications que la lourdeur de ses calculs lui a imposées. Cela étant dit, Couplet constate que les dimensions qu'il trouve pour une hauteur de mur donnée sont inférieures à celles du *Profil général* (de 10 à 30 % environ). Il défend ses propres résultats et en reste là. Ayant pris dans ses

calculs la valeur de 1 pour "m/n", facteur global de sécurité sur les moments, on peut s'étonner ici qu'il n'ait pas plutôt proposé d'interpréter les profils de Vauban comme dotés d'une sécurité qu'il aurait été le premier à quantifier sur la base d'une théorie.

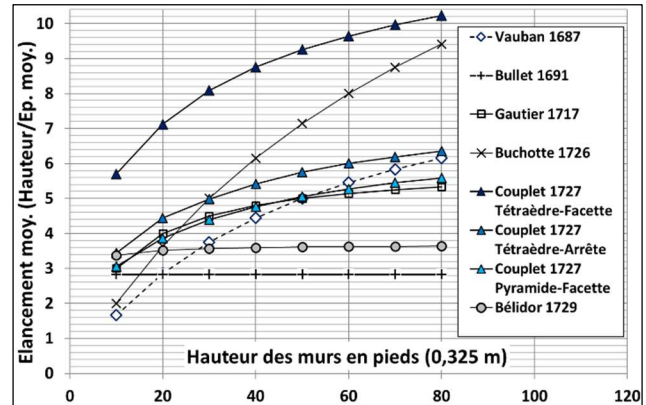


Figure 4. Élancements moyens des murs de Couplet dans ses tables de 1727, au regard de ceux de ses contemporains

5 CONCLUSION

Les trois mémoires de Pierre Couplet (1726 à 1728) semblent n'avoir eu de postérité ni pratique, ni théorique, bien que Hettler et Kurer (2020) aient noté que son approche « granulaire » est réapparue dans un cadre numérique à la fin du XXe siècle. L'absence de toute base expérimentale, son caractère parfois arbitraire et coupé des observations les plus ordinaires de terrain, la complexité des écritures et de certaines hypothèses, l'indécision qui semble gagner certains passages, ont probablement fait du tort à cette grande œuvre des débuts de la géotechnique savante. Elle enseigne au demeurant qu'une théorie géotechnique peut reposer sur des bases conceptuelles erronées tout en produisant des résultats plausibles pour le praticien.

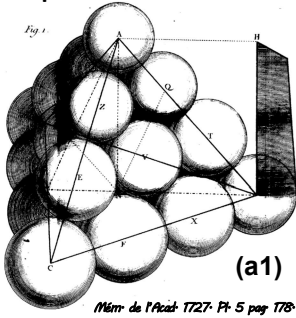
Mais est-ce une raison pour ignorer le rôle éminent que cet académicien a joué dans la mise au point de la première approche méthodologique complète pour dimensionner une grande variété de murs de soutènement ? Avec lui, de nombreux aspects du problème sont introduits pour la première fois : cas des ruines (« états-limites ») par basculement, renversement et rupture interne au mur, identification d'un facteur de sécurité multiplicatif ou additif, réflexion formelle sur les « degrés de liberté » d'une poussée de terre, interaction sol-structure.

Ses efforts, avec ceux de Bélidor dans les mêmes années, ont permis aux générations suivantes de mieux cerner le problème de la poussée des terres en tant que tel au sein du problème plus global de la stabilité des murs de soutènement ; elles ne les ont que trop peu cités.

JNGG 2026
Grenoble

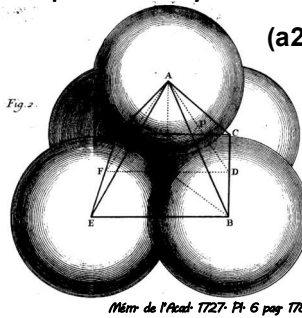
(a) Choix de quatre figures originales de Pierre Couplet parmi trente-huit

Empilement-« Tétraèdre »



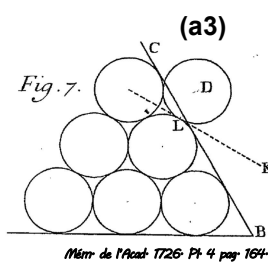
(a1)

Empilement-« Pyramide »



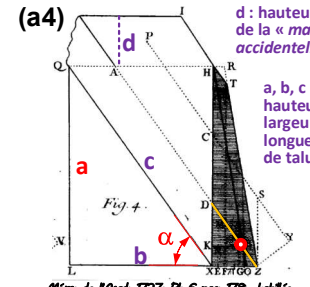
(a2)

Plan de talus ordinaire CB et plan réel des contacts LK



(a3)

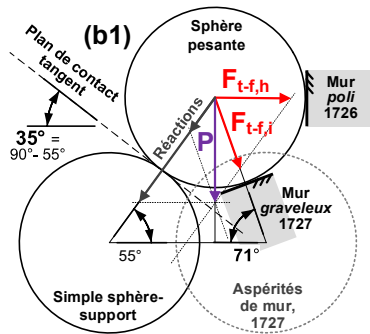
Profil de mur pour le Problème VI, 1727



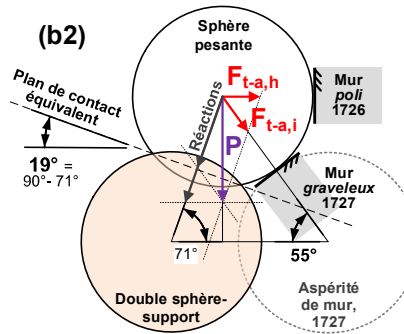
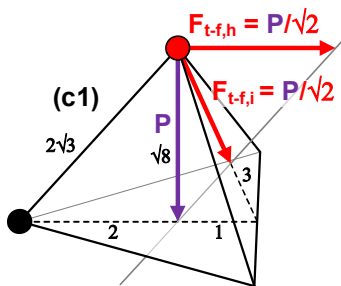
(a4)

d : hauteur de la « masse accidentelle »
 a, b, c : hauteur, largeur et longueur de talus

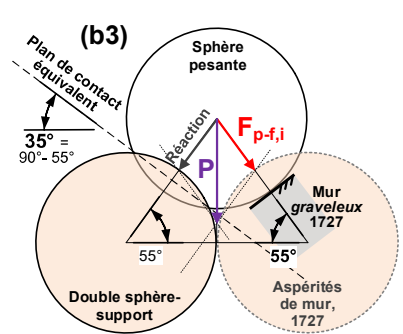
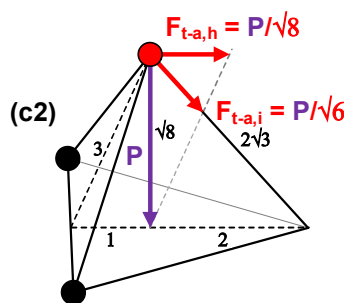
Cinq cas de transfert Poids \Rightarrow Poussée. (b) Profils avec mur (c) Schémas tridimensionnels



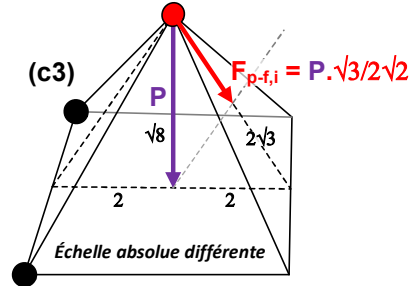
Tétraèdre-Facette
Appui sur une sphère, poussées horizontale et inclinée (1727)



Tétraèdre-Arête
Appui sur deux sphères, poussées horizontale et inclinée (1726)

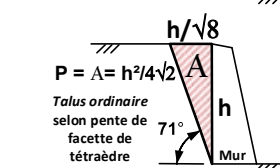
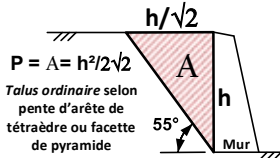


Pyramide-Facette
Appui sur deux sphères, poussée inclinée (1727)



(d) Quantification de la poussée dans les cinq cas

(d1) Poids (aire A) des coins de terre



(d2) Ratio des poussées à la poussée hydrostatique (non exprimées ainsi par Couplet)

- 1726
 $F_{t-f,h} / (h^2/2) = 1/4$ (25%)
 $F_{t-a,h} / (h^2/2) = 1/4$ (25%)
- 1727 (et 1728)
 $F_{t-f,i} / (h^2/2) = 1/4$ (25%)
 $F_{t-a,i} / (h^2/2) = 1/2\sqrt{3}$ (29%)
 $F_{p-f,i} / (h^2/2) = \sqrt{3}/4$ (43%)

(e) Recherche des bras de levier

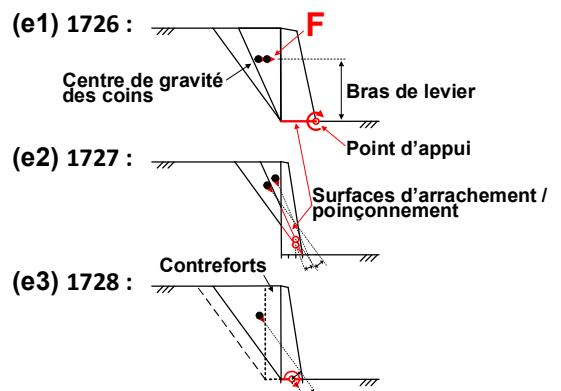


Figure 5. Synoptique des bases de la théorie de poussée des terres et des modèles de Couplet (1726, 1727, 1728)

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bélibidor, B. F. de (1729). *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*. Paris : C. Jombert, 1729. 533 p. Sources : pour le texte, Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr ; pour les planches, Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire Numérique, <http://cnum.cnam.fr>, cote : CNAM-BIB Pt Fol La 13 (2) Res [Paris : F. Didot, 1830].
- Buchotte, N. (1726). *Examen du Profil général qu'on attribué à M. Le M^{al}. de Vauban pour les Revêtemens de Maçonnerie*. Manuscrit signé et daté du 29 (19 ?) septembre 1726. Archives du Service Historique de la Défense à Vincennes. Carton GR1VR89, N°9.
- Bullet, P. (1691). *L'Architecture pratique, &c.* Paris : Estienne Michallet.
- Coulomb, Ch.-A. (1773). Essai sur une application des règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture. *Mémoires de mathématique et de physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences, par divers Savans, & lus dans ses Assemblées. Année 1773*. Paris : Imprimerie Royale, 1776, pp. 343-382 (11e mémoire). Source : The Natural History Museum Library, London, biodiversitylibrary.org. Également publié dans : Coulomb, Théorie des machines simples (...). Paris : Bachelier, 1821. 385 p. Source : Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr.
- Couplet, P. (1726). De la poussée des terres contre leurs revêtemens, et la force des revêtemens qu'on doit leur opposer. *Histoire de l'Académie royale des sciences ... avec les mémoires de mathématique & de physique... tirez des registres de cette Académie. Année 1726*. Paris : Durand, 1753, pp. 106-164, 5 planches hors texte. 425 p. Source : Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr. / Archives de l'Académie des sciences. Edition antérieure donnée par Archives.org : Paris : Imprimerie Royale, 1728, pp. 106-164, 5 planches hors texte. 425 p.
- Couplet, P. (1727). De la poussée des terres contre leurs revêtemens, et la force des revêtemens qu'on doit leur opposer, seconde partie. *Histoire de l'Académie royale des sciences ... avec les mémoires de mathématique & de physique... tirez des registres de cette Académie. Année 1727*. Paris : Imprimerie Royale, 1729, pp. 139-178, 5 planches hors texte dont 3 tables. 575 p. Source : Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr. / Archives de l'Académie des sciences.
- Couplet, P. (1728). Troisième partie, ou suite des deux mémoires sur la poussée des terres, & la résistance des revêtemens. *Histoire de l'Académie royale des sciences ... avec les mémoires de mathématique & de physique... tirez des registres de cette Académie. Année 1728*. Paris : Durand, 1753, pp. 113-138, 3 planches hors texte. 550 p. Source : Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr. / Archives de l'Académie des sciences. Edition antérieure donnée par Archives.org : Amsterdam : P. Mortier, 1732, pp. 158-191, dont 3 planches. 769 p.
- Gautier, H. (1717). *Dissertation sur l'épaisseur des culées des ponts, sur la largeur des piles sur la porte des voussoirs, [...]*. Paris : André Cailleau. 80 p., 4 planches. Source : Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique, cnum.cnam.fr, cote : CNAM-BIB 8 Le 18 (P.2) Res.
- Hales, Th. C. (2002). An overview of the Kepler conjecture. In : *arXiv Metric Geometry*. doi.org/10.48550/arXiv.math/9811071
- Hettler, A., et Kurrer, K.-E. (2020). *Earth Pressure*. Berlin : Wilhelm Ernst & Sohn. 394 p.
- Kepler, J. (1611). *Strena Seu De Nive Sexangula. Francofurti ad Moenum : G. Tampach*. 24 p.
- Mayniel, E. (1808). *Traité expérimental, analytique et pratique de la poussée des terres et des murs de revêtement*. Paris : Bachelier. 316 p. Source : Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr.
- Rozier, F. (1776). *Table des noms des académiciens et de leurs correspondans, depuis 1666 jusqu'en 1770 inclusivement, etc.* Paris : Ruault, 1776, pp. 105-106.
- Vernhes, J.-D. et Barakat, B. (2016). Prémices du dimensionnement géotechnique. In : *Actes des Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'ingénieur*, Nancy, 6-8 juillet 2016.
- Vernhes, J.-D. et Barakat, B. (2020). Un problème de masse volumique dans Bélibidor, 1729. In : *Actes des Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'ingénieur*, Lyon, 2-3 novembre 2020.
- Varignon, P. (1725). *Nouvelle Mécanique ou Statique, dont le projet fut donné en M. DC. LXXXVII*. Paris : C. Jombert. Deux volumes, 387 & 478 p. Source : Bibliothèque nationale de France, gallica.bnf.fr.
- Vauban, S. L. de (1687). *Profil général des revêtemens de Mr de Vauban, avec une table explicative, 1687 ou 1684*. Archives du Service Historique de la Défense à Vincennes. Carton GR1VR89, N°5.