

Stabilité des ouvrages : vers de nouvelles pratiques de suivi en temps réel

Stability of earth structures: towards new real-time monitoring practices

Florent PRUNIER^{1*},

1 INSA LYON, GEOMAS, Villeurbanne, France

**florent.prunier@insa-lyon.fr*

RESUME : Ce travail propose une approche théorique innovante pour la communauté de l'ingénierie géotechnique et de la construction, invitant à repenser les méthodes d'instrumentation et de suivi des ouvrages, tant en phase de construction que d'exploitation. L'étude s'appuie sur une analyse approfondie du critère de travail du second ordre, permettant de qualifier la stabilité des sols ou des massifs rocheux environnant un ouvrage.

Les travaux de recherche récents, exposés lors de cette conférence, révèlent qu'en l'absence de variations des pressions interstitielles, il est possible d'évaluer avec précision la stabilité globale d'un massif de sol à partir de mesures locales. Ces mesures incluent les incréments de réaction et de déplacements observés en périphérie du massif, soumis à des sollicitations externes (travaux ou charges). Pour les structures de soutènement, cela implique un suivi en temps réel des réactions et des déplacements aux « nœuds » de l'interface entre le sol et la structure.

Cependant, cette approche se heurte à un défi technique majeur : la difficulté d'effectuer des mesures directes à cette interface. Malgré cela, ce résultat théorique ouvre la voie à un suivi continu de la stabilité en combinant les données d'instrumentation avec des modèles mécaniques adaptés, dont la description géométrique peut se limiter à la zone proche de l'interface, voire de se limiter à la description du seul soutènement si on inclut l'interface dans le massif de sol, plutôt que de couvrir l'ensemble du massif de sol.

Pour illustrer cette approche, deux études de cas concrets seront présentées.

- Le suivi de la stabilité du massif environnant un tunnel en cours de creusement.
- L'analyse de la stabilité d'une paroi moulée durant les phases d'excavation.

Cette approche pourrait révolutionner les pratiques actuelles de suivi géotechnique, en optimisant la sécurité et la réactivité face aux aléas.

ABSTRACT: This work proposes an innovative theoretical approach for the geotechnical engineering and construction community, inviting a rethinking of the methods used to instrument and monitor structures, both during construction and operation. The study is based on an in-depth analysis of the second-order working criterion, which makes it possible to assess the stability of the soil or rock masses surrounding a structure.

Recent research, presented at this conference, reveals that in the absence of variations in pore pressures, it is possible to accurately assess the overall stability of a soil mass based on local measurements. These measurements include the increments in reaction and displacement observed at the periphery of the mass, which is subject to external stresses (construction work or loads). For retaining structures, this involves real-time monitoring of reactions and displacements at the “nodes” of the interface between the soil and the structure.

However, this approach faces a major technical challenge : the difficulty of taking direct measurements at this interface. Despite this, this theoretical result paves the way for continuous stability monitoring by combining instrumentation data with appropriate mechanical models, whose geometric description can be limited to the area near the interface, or even limited to the description of the support alone if the interface is included in the soil mass, rather than covering the entire soil mass.

To illustrate this approach, two concrete case studies will be presented.

- Monitoring the stability of the rock mass surrounding a tunnel under construction.
- Analyzing the stability of a diaphragm wall during the excavation phases.

This approach could revolutionize current geotechnical monitoring practices, optimizing safety and responsiveness to hazards.

Mots-clés: Stabilité ; ouvrages en terre ; travail du second ordre ; mesures aux frontières.

1 RAPPELS THEORIQUES

Dans la pratique du génie civil on emploie souvent le terme *stabilité* à la place d'*équilibre limite* ou simplement d'*équilibre*. Néanmoins un massif de sol peut être en équilibre stable ou instable, de la même manière qu'une bille placée en haut d'un hémisphère est en équilibre instable, alors que si elle est placée au fond d'un hémisphère elle est en équilibre stable. La définition standard de la stabilité de tout système physique a été proposée par Lyapunov (1907). Appliquée à la mécanique des matériaux solide déformable cette définition stipule : « Un matériau solide sous un état de contraintes déformations donné est stable si pour tout incrément de sollicitation $d\boldsymbol{\sigma}$, la réponse du matériau $d\boldsymbol{\varepsilon}$ est bornée ». Dans la suite de cet article toute variable écrite en gras désigne un tenseur d'ordre 2 ou 4 ou un vecteur. Hill (Hill 1958) a montré que l'équilibre de tout solide élasto-plastique ou élasto-endommageable est stable au sens de Lyapunov si :

$$\forall \|d\boldsymbol{\varepsilon}\| > 0, W_2 = \iiint d\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} dV > 0 \quad (1)$$

W_2 est appelé travail du second ordre. Si $W_2 \leq 0$ le solide est en état d'équilibre instable au sens de la définition proposée ci-dessus. Néanmoins les conditions de perte d'équilibre, c'est-à-dire les conditions qui mènent ce solide à une rupture effective ont été largement décrites dans Prunier et al. (2016), Prunier et Branque (2019) ou encore Prunier et al. (2025). Pour un problème homogène ($\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ uniformes dans tout le volume), on définit

$$w_2 = W_2/V = d\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

Dans ce cas, il est aisé de déterminer toutes les directions de chargement instable depuis un état de contraintes-déformations donné (cf Figure 1). On montre que l'ouverture de ces cônes de directions instables dépendent du chemin de chargement suivi au préalable.

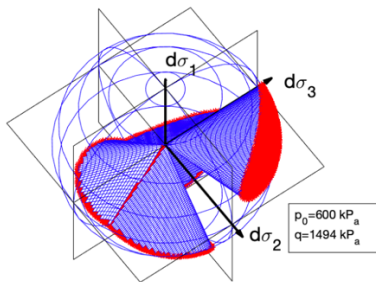


Figure 1. Exemple de cônes de directions instables lors d'un chemin triaxial drainé. Prunier et al. (2025)

L'exemple le plus connu où une instabilité se développe avant le critère de plasticité limite donné par le critère de Mohr-Coulomb pour le cas des sols est le cas d'un essai consolidé non drainé opéré sur un sable lâche ou sur une argile normalement consolidée (cf Figure 2). Au pic du déviateur on peut provoquer un effondrement brutal de l'échantillon si on pilote l'essai en contrainte. Ce pic de déviateur est atteint largement avant le critère de Mohr-Coulomb.

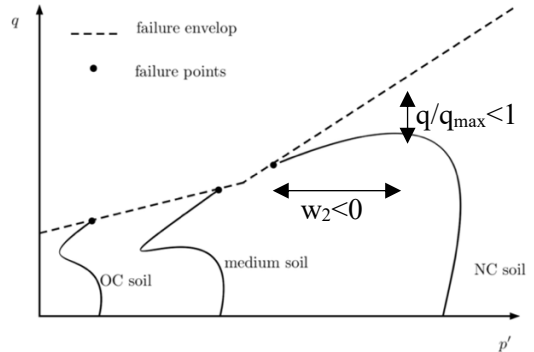


Figure 2. Réponse typique d'un sol à un essai consolidé non drainé. Prunier et al. (2025)

Un deuxième essai de laboratoire important pour comprendre certains phénomènes de perte de stabilité lors d'une remontée de nappe, ou lors d'un processus d'excavation est l'essai de décharge à q constant précédé d'un chemin menant à un déviateur non nul au préalable (Daouadji et al. 2013) opéré sur sable lâche ou matériaux normalement consolidés (cf Figure 3). Dans ce dernier cas l'instabilité se développe à l'extremum de variation de volume. L'effondrement de l'échantillon est effectif si l'essai est piloté en variation de volume et non en contraintes.

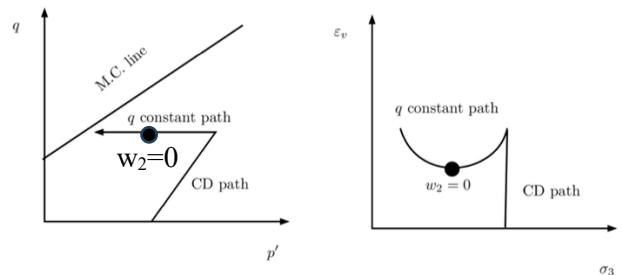


Figure 3. Réponse typique d'un sol à un essai de décharge à q constant. Prunier et al. (2025)

Sur un problème aux limites, les champs de contraintes et déformations ne sont pas homogènes. Ainsi le champ du travail du second ordre local w_2 donne l'évolution des zones instables lors du chargement et permet d'identifier les mécanismes de rupture qui se développent. Le travail du second ordre global W_2 permet de qualifier la stabilité de l'ouvrage.

2 CALCUL DE W_2 AUX FRONTIERES

Une manière d'évaluer W_2 est d'effectuer une intégration numérique par éléments finis par exemple. On note \mathbf{M} l'opérateur tangent qui relie $d\sigma$ à $d\varepsilon$, B la matrice des dérivées des fonctions de forme, \mathbf{U} le vecteur des déplacements nodaux et \mathbf{F} celui des réactions nodales. Ainsi on a :

$$W_2 = \sum_{nel} \int_{V_{el}} d\sigma : d\varepsilon dV_{el} \quad (3)$$

$$W_2 = \sum_{nel} \int_{V_{el}} d\varepsilon \mathbf{M} d\varepsilon dV_{el} \quad (4)$$

$$W_2 = \sum_{nel} dU_{el}^t \int_{V_{el}} B^t \mathbf{M} B dV_{el} dU_{el} \quad (5)$$

$$W_2 = \sum_{nel} dU_{el}^t K_{el} dU_{el} \quad (6)$$

$$W_2 = dU^t K dU = dU^t dF \quad (7)$$

Avec \mathbf{K}_{el} et \mathbf{K} les matrices de rigidité tangentées élémentaires et globales. Le résultat exprimé en équation (7) permet une évaluation de W_2 par simple mesures locales de déplacements et réactions nodales (cf *Figure 4*). Il est important de remarquer que les équations d'équilibre d'un solide déformable (qui peuvent être vues comme une loi des nœuds d'un flux de champ de forces) impliquent que pour tout point i à l'intérieur stricte du domaine solide, $\vec{dF}_i = \vec{0}$ en l'absence d'évolution de forces de volume. Dans le domaine de la construction la seule force de volume dérive du champ de pesanteur qui reste constant, ce qui confirme que $\vec{dF}_i = \vec{0}$ dans la majorité des applications. Ainsi W_2 peut être estimé de manière précise avec de simples mesures de déplacements et réactions nodales au bord du massif de sol.

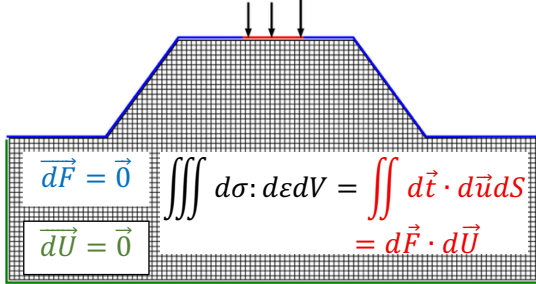


Figure 4. Principe de calcul de W_2 au bord d'un massif de sol. L'intégrale de volume est strictement égale à l'intégrale sur le contour rouge. Cette intégrale de contour peut être évaluée par éléments finis grâce au simple produit scalaire des déplacements et réaction nodaux.

Néanmoins, il est important de noter que le résultat illustré sur la *Figure 4*, n'est valable que pour les problèmes où la pression interstitielle n'évolue pas. En effet l'opérateur tangent \mathbf{M} relie les déformations aux contraintes effectives, ainsi une évolution des pressions interstitielles lors d'une remontée de nappe ou lors d'un chargement non drainé peut être assimilé à un problème avec évolution de « forces de

volumes », c'est à dire où les forces nodales effectives à l'intérieur du massif de sol évoluent.

Dans la suite de ce travail nous allons illustrer ce résultat à travers des simulations par éléments finis et discuter son utilisation en pratique.

3 MODELE UTILISE

Nous présentons ici une manière d'exploiter le résultat donné par l'équation 7 et illustré sur la *Figure 4*, nous utilisons un code aux éléments finis « maison » développé au sein du laboratoire GEOMAS sous Matlab®.

D'un point de vue mathématique, le critère du travail du second ordre devient intéressant comme outil d'analyse de la stabilité lorsque l'opérateur tangent qui relie les contraintes aux déformations perd sa symétrie. En effet, dans le cas contraire on montre aisément que w_2 ne peut pas s'annuler avant d'atteindre la limite de plasticité (Darve et al. 2004). Ainsi il est nécessaire d'utiliser à minima une loi de comportement avec écrouissage et une règle d'écoulement non associée. Dans ce travail nous utilisons une loi de comportement la plus simple possible vérifiant ces derniers critères. Cette dernière est basée sur un critère de Mohr-Coulomb lissé proposé par Van-Eekelen (1980) (cf *Figure 5*).

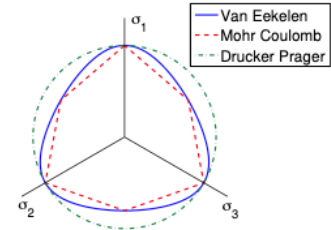


Figure 5. Critère conique de Van-Eekelen

La partie élastique du modèle est linéaire isotrope et décrite par la loi de Hooke. Un écrouissage isotrope est défini sur l'angle de frottement interne ainsi que sur l'angle de dilatance avec la règle d'évolution suivante :

$$\varphi = \varphi_0 + (\varphi_f - \varphi_0) e^{-\varepsilon_p^{eq}/B_p} \quad (8)$$

Avec φ_0 qui définit la limite élastique initiale du modèle, φ_f la limite de plasticité parfaite et B_p une constante de calibration qui permet in-fine de définir un module sécant de type E_{50} . Les modules d'Young et coefficients de Poisson définissent eux plutôt les paramètres élastiques en décharge-recharge. ε_p^{eq} est la déformation plastique équivalente décrite de manière standard dans la théorie de l'élastoplasticité. L'angle de dilatance suit la même évolution que l'angle de frottement avec la règle empirique :

$$\varphi - \psi = \text{constante} = \varphi_f - \psi_f \quad (9)$$

Ainsi les paramètres du modèle utilisés sont les suivants : $E, \nu, C, \varphi_0, \varphi_f, B_p, \psi_f$. La réponse du modèle à un essai CD est présentée sur la figure ci-dessous :

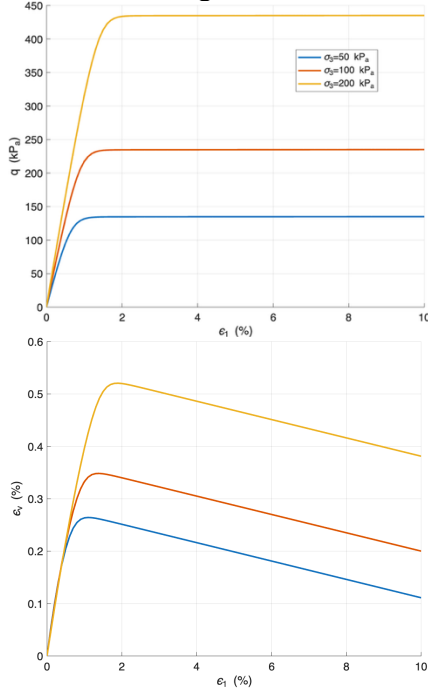


Figure 6. Réponse du modèle à un essai CD.

Tableau 1. Paramètres du modèle

E	ν	C	φ₀	φ_f	B_p	ψ_f
45MPa	0.3	10kPa	1°	30°	1.5e-3	0.5°

4 EXCAVATION DERRIERE UNE PAROI

Nous proposons d'illustrer le résultat de la section 2 sur une simulation d'un cas heuristique d'une excavation derrière une paroi. La simulation se fait en trois phases :

1. Initialisation des contraintes par gravité
2. Première excavation
3. Deuxième excavation

Le maillage et les conditions aux limites sont présentés sur la Figure 7. Le mur est en contact purement glissant dans la direction y avec le sol. Les propriétés mécaniques retenues pour les deux sols et la paroi sont présentés dans le Tableau 2.

Tableau 2. Propriétés mécaniques simulation paroi

d	E	ν	C	φ₀	φ_f	B_p	ψ_f
2	80MPa	0.25	10kPa	3°	37°	1e-3	1°
2	80MPa	0.25	80kPa	3°	37°	1e-3	1°

E	S	I_{gz}
30GPa	20cm ²	6.7e4cm ⁴

$d = \rho/\rho_w$ est la densité des sols, **S** la section de l'écran pour 1m de large et **I_{gz}**, l'inertie de section de l'écran pour 1 m de large.

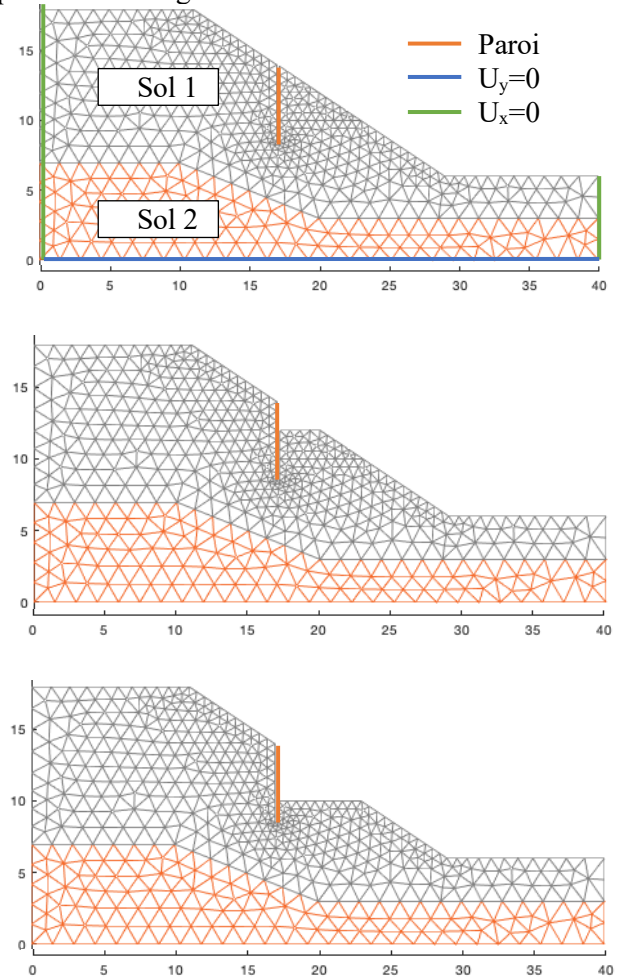


Figure 7. Maillage, conditions aux limites et phasage de la simulation.

Dans la suite nous présentons les résultats en fin de deuxième phase d'excavation. Sur la Figure 8 on voit le développement du mécanisme de rupture avec le champ du travail du second ordre local.

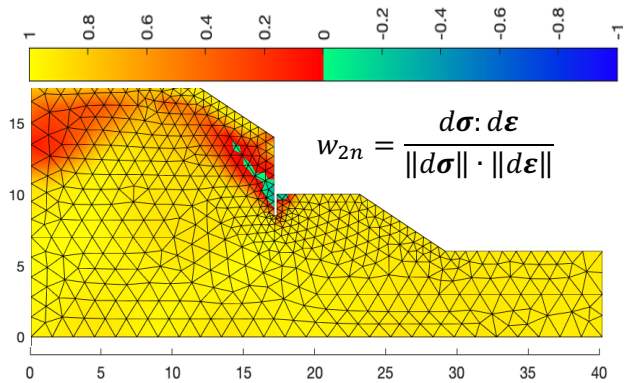


Figure 8. Champ de w_{2n} en fin de deuxième excavation. w_{2n} est le travail du second ordre local normalisé afin d'obtenir des valeurs comprises entre $[-1; 1]$ mais surtout d'avoir une évolution temporelle qui ne dépend pas de l'intensité de l'incrément de chargement.

Concernant l'évolution du travail du second ordre global lors de la deuxième phase d'excavation il est calculé de deux manières. D'une part on fait l'intégration sur tout le volume de sol comme dans l'équation (3) et on le normalise afin d'obtenir des valeurs dans l'intervalle [-1;1] (Prunier et al. 2016) :

$$W_{2n}^a = \frac{\int d\sigma : d\varepsilon dV}{\int \|d\sigma\| \cdot \|d\varepsilon\| dV} \quad (10)$$

D'autre part on l'évalue comme dans l'équation (7) avec les valeurs déplacements et réactions nodales sur le bord surligné en rouge dans la Figure 9.

$$W_{2n}^b = \frac{dU^t \cdot dF}{\int \|d\sigma\| \cdot \|d\varepsilon\| dV} \quad (11)$$

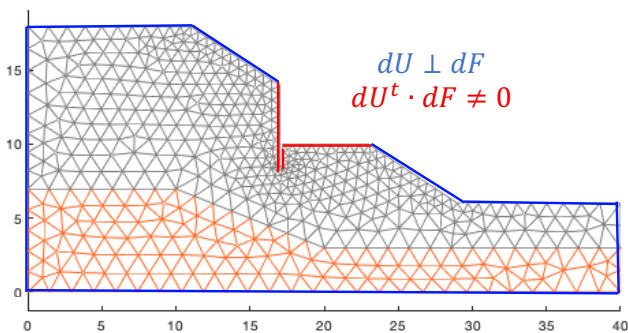


Figure 9. Bords sur lesquels W_2 est non nul.

Le résultat numérique montrant la comparaison avec les deux méthodes de calcul est présenté sur la Figure 10. Les deux résultats sont identiquement les mêmes et confirment l'exactitudes des égalités entre les équations 3 à 7. Ainsi il est intéressant de remarquer que la stabilité d'un massif de sol peut être évaluée uniquement avec des valeurs ponctuelles d'incrément de déplacements et d'incrément de réactions nodales sur un contour limité, qui plus est limité en général à la zone d'étude de l'ouvrage. Pour un modélisateur, ce résultat simplifie grandement le calcul de l'intégral en post-traitement lors de l'utilisation d'un code commercial par exemple.

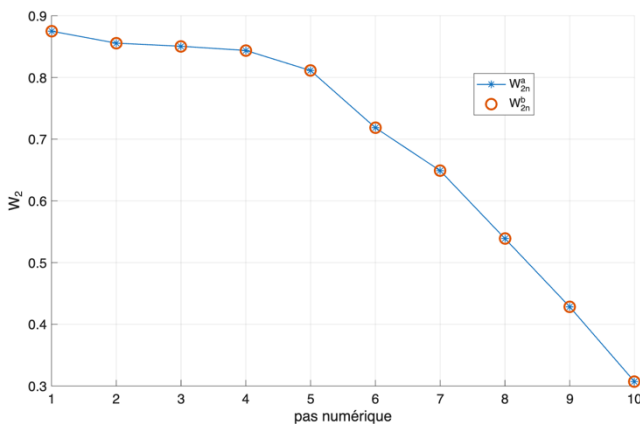


Figure 10. Comparaison de W_{2n}^a (équation (10)) et W_{2n}^b (équation (11)) lors de la deuxième phase d'excavation

Néanmoins, l'utilisation de ce résultat d'un point de vue purement expérimental reste un challenge. Dans le cas d'une excavation telle que présentée ici, la partie du bord en fin d'excavation constituant la plateforme horizontale se trouve au sein même du massif avant excavation. Ainsi l'évaluation des réactions et déplacements nodaux sur cette surface (ligne en 2D) ne semble accessible que via un modèle mathématique ou numérique excluant toute instrumentation in-situ possible.

5 STABILITE DE LA VOUTE D'UN TUNNEL

Dans cette deuxième illustration, nous investiguons la stabilité de la voûte d'un tunnel en cours de creusement. L'exemple proposé est inspiré d'un cas réel lyonnais mais simplifié en omettant les problèmes liés aux ouvrages avoisinants et prenant quelques libertés sur les propriétés mécaniques afin de voir se développer une instabilité.

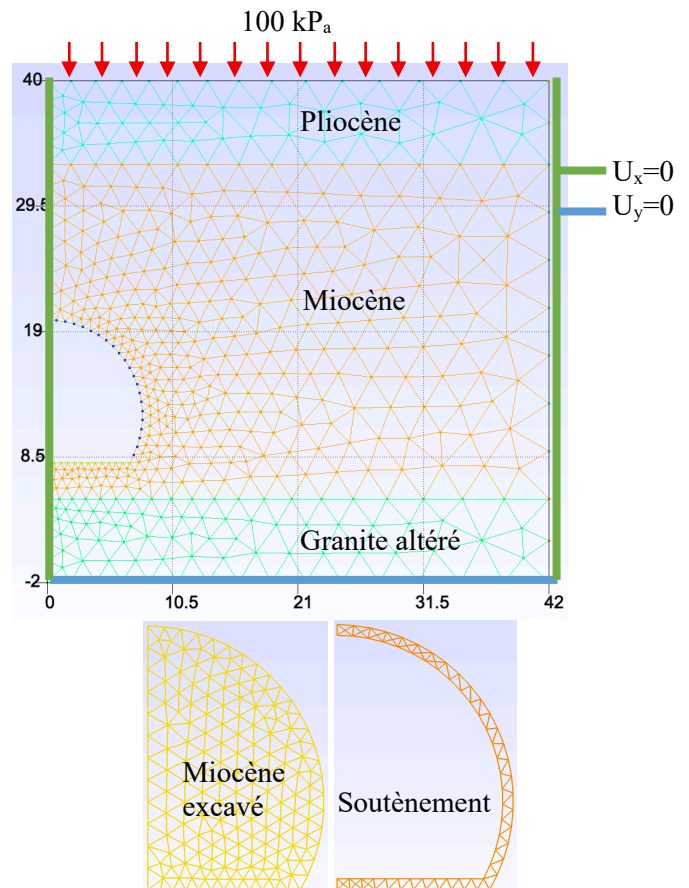


Figure 11. Maillage et conditions aux limites du tunnel

Le calcul est mené en trois étapes :

1. Initialisation des contraintes : application de la gravité et de la surcharge de 100 kPa
2. Désactivation des éléments « Miocène excavé » et application d'un taux de déconfinement $\lambda=50\%$, correspondant grossièrement à une longueur non soutenue de 1m depuis le front de taille.
3. Activation du soutènement et déconfinement jusqu'à $\lambda=100\%$.

Le soutènement n'est pas modélisé de manière classique avec des éléments poutre, même si cela serait plus pertinent d'un point de vue quantitatif, car il faudrait discuter de manière approfondie la manière de calculer les réactions nodales à l'extrados du soutènement avec des éléments poutre qui ne sont mathématiquement pas compatibles (cinématique et degrés de libertés distincts) avec les éléments 2D du reste du maillage. Ceci ne constitue pas le cœur de ce travail et l'usage d'un code aux éléments finis n'a ici qu'une visée illustrative. De même, par soucis de simplification, le soutènement réel composé de cintre et béton projeté sur la voûte et d'un radier en béton au sol a été modélisé ici de manière monolithique.

Des éléments d'interface sont utilisés entre le sol et le soutènement avec un modèle de Mohr-Coulomb élastique-plastique parfait. Les relations qui relient le vecteur contrainte aux déplacements relatifs dans le repère local de l'interface sont données dans les équations (12) et (13).

$$\begin{bmatrix} d\tau \\ d\sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dU_t^r \\ dU_n^r \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dans le domaine élastique et

$$\begin{bmatrix} d\tau \\ d\sigma_n \end{bmatrix} = \frac{k_t k_n}{k_t + k_n} \begin{bmatrix} t\varphi & t\psi & -s\tau & t\varphi \\ -s\tau & t\psi & 1 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dU_t^r \\ dU_n^r \end{bmatrix} \quad (13)$$

Sur la surface de plasticité limite. $t\varphi$ et $t\psi$ sont respectivement $\tan(\varphi)$ et $\tan(\psi)$ et $s\tau$ est la fonction $\text{signe}(\tau)$. L'exposant « r » signifie déplacement relatif (calculé aux points d'intégration de l'élément d'interface).

La prise en compte d'une interface dans le modèle impose de réécrire l'expression du travail du second ordre global sous la forme :

$$W_2 = \iiint d\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} dV + \iint d\boldsymbol{\Sigma}^t \cdot d\boldsymbol{U}^r dS \quad (13)$$

Avec $d\boldsymbol{\Sigma}$ le vecteur contrainte en un point de l'interface et $d\boldsymbol{U}^r$ le vecteur déplacement relatif. L'expression discrétisée donnée dans l'équation (7) ne change pas de forme avec la présence de l'interface. En effet, c'est la matrice de rigidité qui

se voit affecter des termes additionnels liés à la rigidité de l'interface.

Les propriétés mécaniques retenues pour les trois couches géologiques ainsi que celles du soutènement et de l'interface sont présentées dans le *Tableau 3*.

Tableau 3. Propriétés mécaniques simulation tunnel

d	E (MPa)	v	C (kPa)	φ_0 (°)	φ_f (°)	B_p	ψ_f (°)
Pliocène							
1.9	45	0.3	10	1	30	1.5e-3	0.5
Miocène							
2	540	0.3	50	1	37°	1.5e-3	5
Granite							
2.6	1000	0.3	250	1	20	5e-4	5
Soutènement							
2.6	30000	0.3	-	-	-	-	-
Interface Miocène-Soutènement							
k_t MPa/m	k_n MPa/m	C kPa	φ (°)	ψ (°)			
77	200	20	35	5			

k_t et k_n sont les raideurs élastiques tangentielles et normales de l'interface.

Les résultats sont présentés pour la troisième phase de cette simulation. Ceci correspond à analyser la stabilité de la voûte du tunnel un fois les soutènements posés, lorsque le creusement se poursuit dans les phases subséquentes. Les *Figures 12 à 14* permettent de voir le développement du mécanisme de rupture qui se met en place.

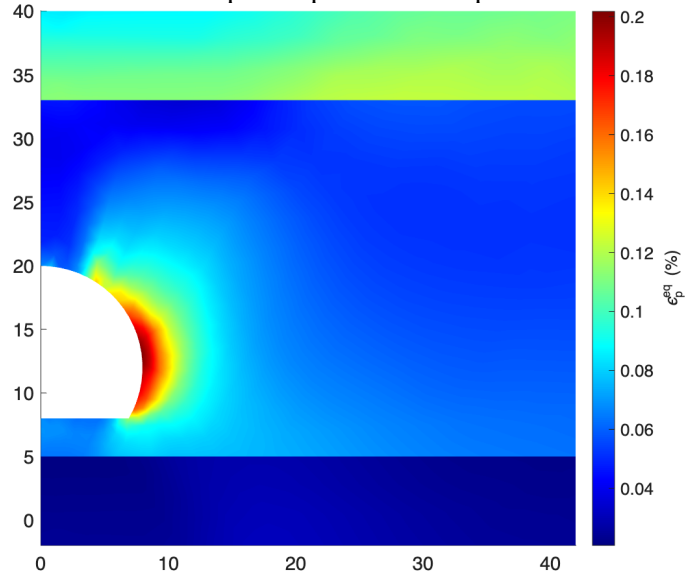


Figure 12. Déformations plastiques équivalentes lors du dernier pas convergé de la simulation

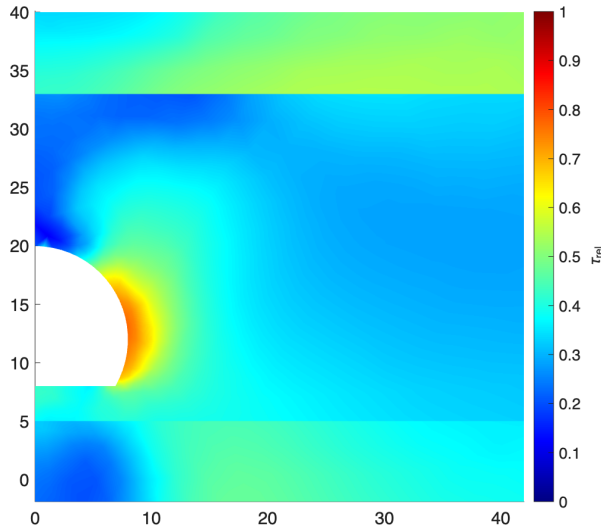


Figure 13. $\tau_{rel}=J_2/J_2^{max}$ lors du dernier pas converge de la simulation

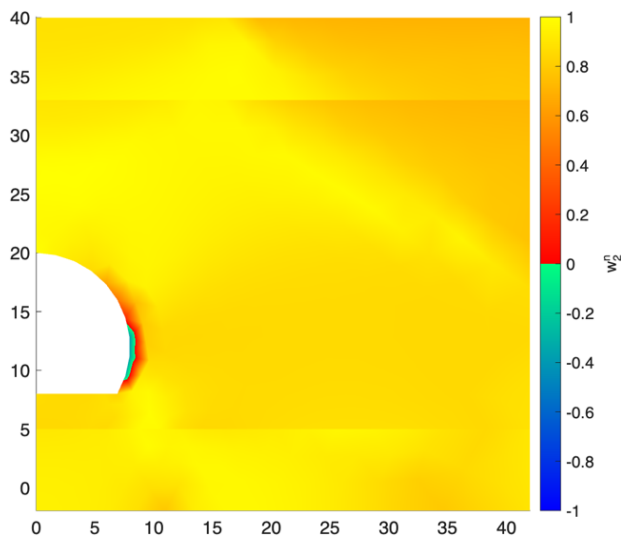


Figure 14. w_{2n} lors du dernier pas converge de la simulation

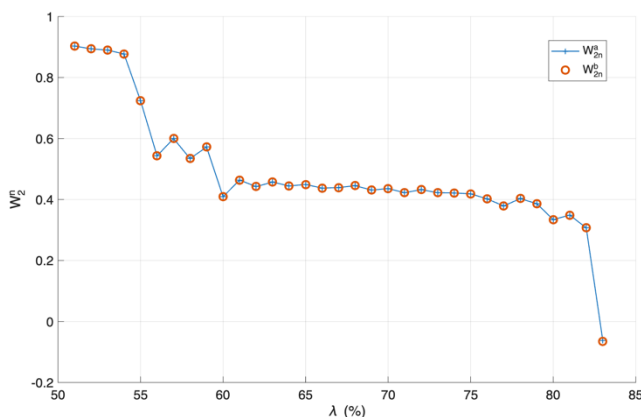


Figure 15. Evolution du travail du second ordre global W_{2n} lors de la phase 3 de la simulation. En bleu la grandeur évaluée avec l'intégration numérique sur tout le maillage. En cercles rouges celle évaluée uniquement sur le bord de l'extrados du soutènement.

Ici les résultats présentés sur la *Figure 15* ont été calculés sur le volume de sol non excavé plus l'interface. On vérifie également que les évaluations de W_{2n} faites sur tout le volume ou simplement en bordure sont numériquement identiques. Lors de cette simulation, la perte de stabilité globale du massif a eu lieu pour $\lambda=83\%$ en même temps que la divergence du calcul qui peut être considérée comme l'instant de perte d'équilibre global du massif. Dans la plupart des problèmes aux limites on vérifie que la perte de stabilité correspond à la perte d'équilibre. Néanmoins on rappelle que le critère du travail du second ordre permet aussi de détecter des états d'équilibre instable, comme c'est le cas pour des essais de laboratoire qui ont été présentés en section 1 et qui peuvent être considérés comme des problèmes aux limites homogènes. Il est important de remarquer que le travail du second ordre ne constitue pas en soi un modèle, mais est une simple quantité physique qui permet de qualifier la stabilité des géo-ouvrages ou géomatériaux. Dans le cas présent, on voit que les modèles aux éléments finis ne sont définitivement pas les meilleurs modèles pour décrire les phénomènes de rupture et de perte d'équilibre (cf Prunier et branque 2019). Des modèles numériques basés sur des discrétisation SPH ou MPM en dynamique sont a priori bien plus adaptés pour traiter ce type de problèmes.

Le principal résultat que l'on souhaite communiquer dans ce travail est que cette quantité physique peut être évaluée avec une très bonne précision avec de « simples » mesures à la frontière de l'ouvrage étudié pour les problèmes ne faisant pas intervenir de variations de pressions interstitielles. Malgré quelques challenges technologiques d'instrumentation, ce résultat ouvre la porte à l'exploitation de ce critère dans le suivi des ouvrages. Dans l'idéal il faudrait être capable de mesurer sur chantier les incréments de réactions et déplacements nodaux en plusieurs points d'une interface entre le massif et son soutènement. Des travaux en cours au laboratoire GEOMAS sont menés afin de voir si certaines technologies d'instrumentations de soutènements comme la fibre optique permettrait de remonter au champ de vecteur contrainte à la surface du soutènement au contact du massif. Sinon à minima, ce suivi peut-être fait de manière plus classique en couplant une instrumentation in-situ standard et un modèle numérique ou analytique « de confiance » décrivant l'ouvrage. Dans la situation de pure utilisation de code de calcul, le calcul peut être fait aisément en post-traitement avec les

données au bord du modèle. Dans ce dernier cas, la normalisation avec l'équation (11) sera souvent inaccessible sauf à reconstruire son opérateur d'intégration. Nous avons montré dans (Prunier et al. 2016), que cette normalisation reste la plus pertinente d'un point de vue théorique car indépendante du maillage et permet de retrouver la quantité locale présentée sur la figure 8 pour un problème homogène. Mais cette normalisation ne sert qu'à obtenir des valeurs comprises entre $[-1 ; 1]$ qui ne dépendent pas de l'intensité du pas de chargement. Ainsi de manière alternative il est possible d'utiliser la formule suivante pour le travail du second ordre normalisé :

$$W_{2n} = \frac{dU^t \cdot dF}{\|dU\| \cdot \|dF\|} \quad (14)$$

Le seul défaut de cette dernière formulation est que la valeur numérique de W_{2n} ainsi calculée dépend de la taille du maillage. Bien évidemment son signe n'est pas affecté et cette expression permet de respecter des valeurs comprises entre $[-1 ; 1]$ qui ne dépendent pas de l'intensité du pas de chargement.

6 CONCLUSIONS

Ce travail propose une approche théorique et pratique innovante pour le suivi de la stabilité des ouvrages géotechniques, en s'appuyant sur le critère du travail du second ordre W_2 . Les résultats démontrent qu'il est possible d'évaluer la stabilité globale d'un massif de sol à partir de mesures locales (incrément de réaction et de déplacement aux interfaces sol-structure), sous réserve que les pressions interstitielles restent constantes. Cette avancée ouvre la voie à un suivi continu et en temps réel de la stabilité, en combinant instrumentation in situ et modèles mécaniques adaptés. L'apport majeur réside en une potentielle simplification du suivi : La stabilité peut être évaluée sans instrumenter l'ensemble du massif, mais en se concentrant sur les interfaces critiques (extrados d'un soutènement, paroi moulée, etc.).

Les perspectives et défis sont :

1. Dans l'idéal, développer des capteurs capables de mesurer les incréments de réaction et de déplacement aux interfaces, notamment dans des environnements complexes (tunnels, excavations profondes).

2. Développer des modèles réalistes permettant de décrire de manière fiable les observations faites in-situ dans une optique d'approche observationnelle, voire de « jumeaux numériques ». L'intégration du critère W_2 dans des outils numériques existants (codes aux éléments finis, méthodes SPH ou MPM) reste finalement assez simple.

Enfin, ces travaux soulignent l'importance de poursuivre les recherches sur l'instrumentation intelligente et les modèles prédictifs, afin de concrétiser le potentiel du critère W_2 dans des applications industrielles à grande échelle

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Daouadji, A., Jrad, M., Prunier, F., Sibille, L., Nicot, F., Laouafa, F., and Darve, F. (2012). Divergence Instability and Diffuse Failure in Granular Media. *Procedia IUTAM*, 3 :115–140.
- Darve, F., Servant, G., Laouafa, F., Khoa, HDV. (2004) Failure in geomaterials: continuous and discrete analyses. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:3057–3085.
- Prunier, F. and Branque, D. (2019). On the definition of a safety factor using the finite element method in geomechanics, from the static to the dynamic regime, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*.
- Prunier, F., Chomette, B., Brun, M., and Darve, F., (2016). Designing geotechnical structures with a proper stability criterion as a safety factor. *Computers and Geotechnics*, 71 :98–114.
- Prunier, F., Duriez, J., Sibille, L. and Darve, F. (2025). Characterization of plastic limit surface and bifurcation domain of geomaterials, *OpenGeomechanics*, <https://doi.org/10.5802/ogeo.22>
- Hill R. (1958). A general theory of uniqueness and stability in elasto-plastic solids”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 6, pp. 236–249.
- Lyapunov AM. (1907) Problème général de la stabilité des mouvements. *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 9:203–274.
- Van Eekelen HAM. (1980) Isotropic yield surfaces in three dimensions for use in soil mechanics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 4:89–101.